

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГУМАНИТАРНЫХ НАУК**

**Факультет мировой политики**

*Кафедра международной экономики*

**ПРОГРАММА КУРСА**

«Применение теории игр в политике и экономике»

Составитель: к.э.н. А.И. Рей

Москва  
2004

**Актуальность дисциплины и ее место в программе** специальностей «регионоведение» и «международные отношения» обусловлены широким распространением ситуаций, изучаемых с теоретико-игровой точки зрения, в международных отношениях, внутривосточных процессах, международной конкуренции и военных конфликтах.

**Цель курса** — усвоение студентами базовых понятий и методов теории игр, при помощи которых может быть достигнуто более глубокое понимание как социально-экономических, общих профессиональных дисциплин, так и дисциплин специализации политологического направления.

**Задачи курса:**

- продемонстрировать обучаемым практическую ценность применения теории игр в общественных науках;
- ознакомить с фундаментальными понятиями теории игр;
- обучить навыкам самостоятельного решения игр в нормальной форме;
- дать представление о других видах некооперативных игр и способах их представления и литературе для возможного дальнейшего самостоятельного их изучения;
- ознакомить с основными игровыми моделями переговорного процесса применительно к современной международной дипломатической практике.

**Предпосылки для курса.** Курс ориентирован на студентов 4 курсов без математической подготовки. У обучаемых желательно наличие знаний по истории международных отношений и стратегической безопасности.

**Объем курса** 20 часов, из которых 16 часов — лекции, 4 часа — семинары по постановке и решению теоретико-игровых задач.

#### Тематический план

##### «Применение теории игр в политике и экономике»

Тема	Вид занятий (кол-во часов)		Преподаватель
	лекция	семинар	
1. Предмет и основные понятия теории игр. Игры в нормальной форме.	2	—	к.э.н. А.И.Рей
2. Равновесие по Нэшу в чистых стратегиях.	2	—	-«-
3. Элементы теории вероятностей.	2	—	-«-
4. Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях.	2	2	-«-
5. Игры в расширенной форме. Информация.	2	—	-«-
6. Равновесие в играх в расширенной форме.	2	—	-«-
7. Аукционы, торговля и переговоры.	2	—	-«-
8. Вопросы применения теории игр.	2	2	-«-
	16 ч.	4 ч.	
	Итого: 20 ч.		

**Форма итогового контроля — зачет**  
(2 тестовых задания и вопрос на применение теории игр).

Тема 1. Предмет и основные понятия теории игр. Игры в нормальной форме.  
Предмет теории игр. Классификация игр. "Правила игры": игроки, действия, платежи, информация. Полезность и выигрыш. Понятие стратегии. Порядок ходов. Игра в нормальной форме.

Задания и вопросы:

1. Кто выступает с точки зрения теории игр в качестве игроков в футболе? В чем измеряются их выигрыши?
2. Составьте как можно более исчерпывающий перечень возможных действий игроков в следующих ситуациях:
  - a) Независимый кандидат баллотируется в парламент по одномандатному округу. Ему противостоят кандидаты от двух основных партий.
  - b) Собственник компании по производству зажигалок недоволен объемом получаемой прибыли.
  - c) Россия повышает цену на газ, поставляемый на европейский рынок.
3. Составьте платежную матрицу для игровых ситуаций из следующего списка и объясните выбор действий и значений платежей:
  - a) Полет двух гражданских самолетов на встречных курсах в одном эшелоне.
  - b) Полет двух поршневых истребителей двух воюющих держав навстречу друг другу.
  - c) Дуэль В.Ленского и Е.Онегина.
  - d) Принятие студентом решения о подготовке домашнего задания и преподавателем — решения о проверке выполнения этого задания.
  - e) Принятие 5 постоянными членами СБ ООН решения о голосовании по резолюции, осуждающей ядерное оружие и призывающей к его уничтожению.
  - f) Летняя кампания боевых действий в Чечне.

Тема 2. Равновесие по Нэшу в чистых стратегиях.

Принцип рациональности. Дилемма заключенного. Некооперативные и кооперативные игры. Равновесие по Нэшу. Множественность равновесий. Игры без равновесий в чистых стратегиях. Проблема координации и ее решения в теории игр и в действительности. Фокусные точки.

Задания и вопросы:

1. Почему теория игр требует от субъектов рационального поведения?
2. Составьте перечень основных ошибок, которые могут совершать субъекты в игровых ситуациях (*до ответа повторите понятие "правил игры"*). Приведите исторические примеры таких ошибок.
3. Почему использование понятия фокусных точек не всегда согласуется с реальными результатами игровых ситуаций?

### Тема 3. Элементы теории вероятностей.

Определения вероятности. Пространство исходов. Событие. Множество. Дополнение множества. Объединение и пересечение множеств (событий). Расчет вероятности событий. Математическое ожидание. Ожидаемый выигрыш. Условная вероятность. Правило Байеса и его применение.

Задания и вопросы:

1. В хорошо перетасованной колоде 52 карты. Какая вероятность того, что Вы вытянете девятку? туза? карту красной масти? пиковую даму?
2. Из колоды в 52 карты случайным образом взята карта. Вам сказали, что она трефовой масти. Какая вероятность того, что это тройка?
3. Пять монет одновременно брошены на стол. Какая вероятность выпадения не менее одного "орла"? Какая вероятность появления двух и более "орлов"?
4. В том же вбросе 5 монет факультет обещает выплачивать Вам за появление каждого "орла" по 34 копейки, а Вы обещаете выплачивать факультету за появление каждой "решетки" по 21 копейке. Какой Ваш ожидаемый выигрыш от одного вброса?
5. На Вашем письменном столе лежат россыпью тетради с обложкой 2 цветов: салатного и темно-синего, причем каждая тетрадь посвящена одному учебному предмету, но название предмета на обложке не написано. Вы знаете, что конспекты по историко-политологическим дисциплинам есть в 5 тетрадях салатного цвета и 3 темно-синего, по экономическим предметам — в 4 салатных и 6 темно-синих, по языкам — в 2 салатных и 2 темно-синих. Собираясь на занятия, Вы взяли одну тетрадь наобум. С какой вероятностью Вам попадется тетрадь по иностранному языку? Тетрадь салатного цвета? Посмотрев на тетрадь, Вы видите, что она темно-синего цвета. Какая вероятность того, что Вы взяли конспект по одному из экономических предметов?

### Тема 4. Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях.

Понятие смешанной стратегии. Теорема Нэша о существовании равновесия в смешанных стратегиях. Графический метод расчета смешанной стратегии по Нэшу. Алгебраический метод расчета. Смысл смешанной стратегии в однократной игре.

### Тема 5. Игры в расширенной форме. Информация.

Последовательность ходов. Элементы расширенной формы игры. Хронология событий в игре. Угрозы и контругрозы. Метод обратной индукции. Информационное множество. Качество информации. Совершенная, достоверная, симметричная и полная информация. Парадоксы информации.

Задания и вопросы:

1. Составьте дерево игры для одной из следующих исторических ситуаций (с указанием основных источников информации):
  - a) Вторжение в Норвегию в апреле 1940 года — {Англия vs. гитлеровская Германия vs. Норвегия} или {Англия vs. гитлеровская Германия}.
  - b) Берлинский кризис.
  - c) Кубинский кризис — {СССР vs. США} или {СССР vs. США vs. Куба}.
  - d) Усиление бомбардировок Демократической Республики Вьетнам и окончание вьетнамской войны — {ДРВ vs. США}.
  - e) Советско-американская "лунная гонка".
  - f) Распад СССР — {СССР vs. РСФСР}.
  - g) Ценообразование на мировом нефтяном рынке — (ОПЕК vs. РФ).
  - h) Начало агрессии США в Ираке — {США vs. Ирак vs. РФ vs. Германия vs. Франция}.
2. Для каждого игрока проранжируйте по предпочтительности конечные узлы составленного Вами в задании 1 дерева игры. Объясните свой выбор. Обозначьте цифрами результат ранжирования (1 – самый худший исход для игрока, 2 — второй худший, ...). Перепишите полученные значения под соответствующими конечными узлами.
3. Составленная Вами игра в расширенной форме является игрой с а) полной, б) совершенной, в) симметричной информацией? Перепишите составленную Вами игру в расширенной форме так, чтобы она была игрой с полной информацией.
4. Решите составленную Вами игру с полной информацией методом обратной индукции. Сравните полученные равновесные стратегии с тем, как в действительности вели себя игроки.

Тема 6. Равновесие в играх в расширенной форме.

Приведенная форма. Понятие подыгры. Равновесие по Нэшу, совершенное в подыграх.

Задания и вопросы:

1. Какие подыгры есть у игры, составленной для предыдущего занятия (вариант с неполной информацией)?
2. Найдите в этой же игре одно равновесие по Нэшу, совершенное в подыграх. Сравните полученные равновесные стратегии с тем, как в действительности вели себя игроки.
3. Как повлияла неполная информация на результат игры?

Тема 7. Аукционы, торговля и переговоры.

Понятие дележа. Игры о "дележе пирога". Виды аукционов. "Проклятие победителя". Основные понятия некооперативной теории переговоров.

Задания и вопросы:

1. Для чего в теории игр принято с каждым раундом переговоров уменьшать сумму выигрышей, получаемых игроками?
2. К какому типу (типам) игр относятся переговоры? аукционы?
3. Какому условию должен удовлетворять механизм аукциона, чтобы максимальный выигрыш получил а) продавец (аукционер), б) покупатель? (*вопрос не требует формализованного решения*)

### Тема 8. Вопросы применения теории игр.

Игры в военном деле. Оперативное искусство. Гарантированное взаимное уничтожение. Игры поиска. Криптография и передача информации. Дифференциальные игры на море, в воздухе и космическом пространстве.

Игры в международных отношениях. Гонка вооружений и проблема разоружения. Война на истощение и проблема капитуляции. Баланс сил и выбор союзников. Международные организации: координаторы, картели, арбитры, игроки.

Игры в экономике. Олигополистическая конкуренция по Бертрану и Курно. Достоинства и недостатки метода теории игр. Проблемы измерения платежей, ходов природы и определения последовательности ходов в различных общественных науках. Выбор типа равновесия и типа рациональности. Практические выводы из теоретико-игрового моделирования.

Применение программного комплекса Gambit для формулирования и решения игр.

### **Дополнительная литература**

Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967.

Дрешер М. Стратегические игры: теория и приложения. М.: Сов.радио, 1964.

Крушевский А.В. Теория игр. Киев: Вища школа, 1977.

Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. М.: Изд-во иностранной лит., 1961.

фон Нейман, Дж., О.Моргенштерн. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970.

## Задания прошлых лет

2003/2004 уч.год

### Задания для самостоятельной работы по теме "Равновесие по Нэшу в чистых стратегиях"

Для каждой игры необходимо найти все равновесия по Нэшу в чистых стратегиях, если они есть, или доказать, что их не существует. При перечислении лучших ответов можно ограничиться указанием лучшей реакции только одного игрока. Перечислить платежи в найденных равновесных наборах стратегий.

*Пример:*

Игра в нормальной форме задана следующей матрицей платежей:

		Б		
		Б1	Б2	Б3
А	А1	(1;3)	(3;4)	(4;2)
	А2	(1;2)	(3;1)	(2;1)
	А3	(0;4)	(2;3)	(3;3)

Решение:

{А1;Б1}, {А1;Б3} - не равновесие (Б2 - лучший ответ на А1).

{А1;Б2} - равновесие (нет лучшего ответа).

{А2;Б1} - равновесие (нет лучшего ответа).

{А2;Б2} - не равновесие (Б1 - лучший ответ на А2).

{А2;Б3} - не равновесие (А1 - лучший ответ на Б3).

{А3;Б1}, {А3;Б2} - не равновесие (А1 и А2 - лучший ответ на Б1 и Б2 соответственно).

{А3;Б3} - не равновесие (Б1 - лучший ответ на А3).

Ответ: равновесия по Нэшу в чистых стратегиях {А1;Б2} и {А2;Б1}. Платежи: (3;4) и (1;2).

№1

		Б	
		Б1	Б2
А	А1	(9;0)	(0;1)
	А2	(0;1)	(1;0)

№2

		Б		
		Б1	Б2	Б3
А	А1	(3;1)	(0;0)	(0;1)
	А2	(3/2;1)	(2;2)	(3/2;1)
	А3	(0;1)	(0;0)	(3;1)

№3 (игра Стенгеля)

		Б					
		Б1	Б2	Б3	Б4	Б5	Б6
А	А1	(9504;72336)	(-660;48081)	(19976;29216)	(-20526;14124)	(1776;1776)	(-8976;-8514)
	А2	(-111771;-461736)	(31680;-300036)	(-130944;-178761)	(168124;-84436)	(-8514;-8976)	(52764;52764)
	А3	(397584;1227336)	(-113850;774576)	(451176;451176)	(-586476;208626)	(29216;19976)	(-178761;-130944)
	А4	(171204;-1718376)	(-45936;-1039236)	(208626;-586476)	(-263076;-263076)	(14124;-20526)	(-84436;168124)
	А5	(1303104;1303104)	(-453420;737154)	(1227336;397584)	(-1718376;171204)	(72336;9504)	(-461736;-111771)
	А6	(737154;-453420)	(-227040;-227040)	(774576;-113850)	(-1039236;-45936)	(48081;-660)	(-300036;31680)

№4 ("дилемма теоретика")

		Б	
		Б1	Б2
А	А1	(0;0)	(-10;0)
	А2	(0;-10)	(-8;-8)

№5 ("подарочный" аукцион, "дилемма путешественника")

Два рыцаря Круглого стола совершили выдающиеся подвиги и вызваны к королю Артуру для награждения. Король требует каждого назвать (в отсутствие другого) то число изумрудов, которое он хотел бы получить — не

больше 40 и не меньше 10. Король Артур обещает тому, кто будет более скромным, премию в 10 изумрудов (т.е. ему будет выдано столько, сколько он назвал, плюс 10), а тому, кто будет более алчным — столько, сколько назвал его более скромный коллега, минус 10 изумрудов. Если оба называют одинаковое число, то каждый получает ровно это количество изумрудов.

Найти равновесия по Нэшу в чистых стратегиях.

Представьте, что награждение состоится в Вашей группе. Какое число изумрудов выбрали бы Вы?

### Задания для самостоятельной работы по теме "Равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях"

Для каждой игры необходимо найти одно невырожденное равновесие по Нэшу в смешанных стратегиях и показать, как оно было найдено (графическим или алгебраическим способом). Какие действия были исключены из равновесных смешанных стратегий и почему?

Какой выигрыш в среднем получает каждый игрок в ситуации равновесия?

#### №1

		Б		
		Б1	Б2	Б3
А	A1	(4;2)	(3;4)	(1;3)
	A2	(3;3)	(2;3)	(0;4)
	A3	(2;1)	(3;1)	(1;2)

#### №2

		Б	
		Б1	Б2
А	A1	(-2;2)	(-2;2)
	A2	(-1;1)	(1;-1)
	A3	(-1;1)	(-5;5)
	A4	(0;0)	(-2;2)

#### №3

		Б	
		Б1	Б2
А	A1	(2;0)	(0;2)
	A2	(0;2)	(1;1)

#### №4

Сколько всего равновесий по Нэшу может быть в игре двух игроков, заданной матрицей 2x2? 3x3?

### Зачет

1. Страна А и страна Б принимают (без консультаций и не зная действий другой страны) решение о том, какую позицию занять при голосовании в международной организации. У каждой страны есть 4 варианта поведения. Платежи приведены в матрице ниже в форме (*Платеж страны А; Платеж страны Б*).

Поставьте любую отметку напротив тех клеток платежной матрицы, которые соответствуют равновесиям по Нэшу в чистых стратегиях, если таковые есть:

		Страна Б			
		Б1	Б2	Б3	Б4
Страна А	A1	(7;-10) <input type="checkbox"/>	(-1;4) <input type="checkbox"/>	(7;-10) <input type="checkbox"/>	(5;9) <input type="checkbox"/>
	A2	(-6;-7) <input type="checkbox"/>	(3;-8) <input type="checkbox"/>	(6;3) <input type="checkbox"/>	(-2;-2) <input type="checkbox"/>
	A3	(4;1) <input type="checkbox"/>	(-7;-9) <input type="checkbox"/>	(4;4) <input type="checkbox"/>	(7;0) <input type="checkbox"/>
	A4	(5;4) <input type="checkbox"/>	(9;-1) <input type="checkbox"/>	(1;0) <input type="checkbox"/>	(4;8) <input type="checkbox"/>

2. В игре в расширенной форме с совершенной информацией (на след. листе) участвуют два игрока, А и Б. Платежи приведены в форме (*Платеж страны А; Платеж страны Б*). Методом обратной индукции найдите одно равновесие по Нэшу (любое, если их несколько) и обведите кружком обозначения тех действий, которые предпринимают игроки в этом равновесии (N, S, E, W, L, C, R, U, D, b1, b2, b3).

